

Prof. Dr. Alfred Toth

## Addition von Trajekten

1. Die trajektische Semiotik, die in Toth (2025) eingeführt wurde, basiert auf der von Bense definierten Menge von Primzeichen (vgl. Bense 1980)

$$Z = (1, 2, 3).$$

Sie basiert aber nicht auf Subzeichen, die aus Primzeichen gebildet werden (vgl. Walther 1979, S. 57 f.). Die Paare von Primzeichen der Form  $(x.y)$  mit  $x, y \in Z$  sind Trajekte, keine kartesischen Produkte.

2. Trajekte werden gliedweise addiert:

$$(a.b \mid c.d) + (e.f \mid g.h) = (a.b, e.f \mid c.d, g.h) = (a.e, b.f \mid c.g, d.h).$$

Beispiel:

$$(1.2 \mid 3.2) + (3.3 \mid 2.1) = (1.2, 3.3 \mid 3.2, 2.1) = (1.3, 2.3 \mid 3.2 \mid 2.1)$$

□	■	□		□	□	□		□	□	■
□	□	□	+	■	□	□	=	■	□	■
□	■	□		□	□	■		□	■	□

Die Summe ist also aus den Summanden nicht vorhersehbar. Das Kommutativgesetz der Addition gilt nicht:

$$(3.3 \mid 1.1) + (3.3 \mid 2.1) \neq (1.1 \mid 3.3) + (3.3 \mid 2.1) \neq (1.1 \mid 3.3) + (2.1 \mid 3.3)$$

$$(3.3 \mid 2.1) + (3.3 \mid 1.1) \neq (2.1 \mid 3.3) + (3.3 \mid 1.1) \neq (2.1 \mid 3.3) + (1.1 \mid 3.3)$$

Das Assoziativgesetz der Addition gilt ebenfalls nicht:

$$(3.3 \mid 1.1) + (3.3 \mid 2.1) + (3.3 \mid 3.1) = (3.3, 3.3 \mid 1.1, 2.1) + (3.3 \mid 3.1) = (3.3, 3.3 \mid 1.2, 1.1) + (3.3 \mid 3.1) \neq (3.3 \mid 1.1) + (3.3 \mid 2.1) + (3.3 \mid 3.1) = (3.3 \mid 1.1) + (3.3, 3.3 \mid 2.1, 3.1) = (3.3 \mid 1.1) + (3.3, 3.3 \mid 2.3, 1.1)$$

3. Man kann trajektische Addition wie schon oben mit Hilfe von Matrizen von Leerstellen mit einer Belegungsabbildung darstellen. Als Beispiel diene die paarweise Addition der (eigentrajektischen und nicht-eigentrajektischen) Permutationen von  $Z$  (die gleichzeitig genau die Trajekte der 6 eigenrealen semiotischen Dualsysteme des vollständigen ternären semiotischen 27er-Systems sind).

$$T(1, 2, 3) = (1.2 \mid 2.3)$$

$$T(1, 3, 2) = (1.3 \mid 3.2)$$

$$T(2, 1, 3) = (2.1 \mid 1.3)$$

$$T(2, 3, 1) = (2.3 \mid 3.1)$$

$$T(3, 1, 2) = (3.1 \mid 1.2)$$

$$T(3, 2, 1) = (3.2 \mid 2.1)$$

$$(1.2 \mid 2.3) + (1.3 \mid 3.2) = (1.2, 1.3 \mid 2.3, 3.2) = (1.1, 2.3 \mid 2.3, 3.2)$$

$$\begin{array}{ccccc} \square & \blacksquare & \square & & \square & \square & \blacksquare & & \blacksquare & \square & \square \\ \square & \square & \blacksquare & + & \square & \square & \square & = & \square & \square & \blacksquare \\ \square & \square & \square & & \square & \blacksquare & \square & & \square & \blacksquare & \square \end{array}$$

$$(1.3 \mid 3.2) + (2.1 \mid 1.3) = (1.3, 2.1 \mid 3.2, 1.3) = (1.2, 3.1 \mid 3.1, 2.3)$$

$$\begin{array}{ccccc} \square & \square & \blacksquare & & \square & \square & \blacksquare & & \square & \blacksquare & \square \\ \square & \square & \square & + & \blacksquare & \square & \square & = & \square & \square & \blacksquare \\ \square & \blacksquare & \square & & \square & \square & \square & & \blacksquare & \square & \square \end{array}$$

$$(2.1 \mid 1.3) + (2.3 \mid 3.1) = (2.1, 2.3 \mid 1.3, 3.1) = (2.2, 1.3 \mid 1.3, 3.1)$$

$$\begin{array}{ccccc} \square & \square & \blacksquare & & \square & \square & \square & & \square & \square & \blacksquare \\ \blacksquare & \square & \square & + & \square & \square & \blacksquare & = & \square & \blacksquare & \square \\ \square & \square & \square & & \blacksquare & \square & \square & & \blacksquare & \square & \square \end{array}$$

$$(2.3 \mid 3.1) + (3.1 \mid 1.2) = (2.3, 3.1 \mid 3.1, 1.2) = (2.3, 3.1 \mid 3.1, 1.2)$$

$$\begin{array}{ccccc} \square & \square & \square & & \square & \blacksquare & \square & & \square & \blacksquare & \square \\ \square & \square & \blacksquare & + & \square & \square & \square & = & \square & \square & \blacksquare \\ \blacksquare & \square & \square & & \blacksquare & \square & \square & & \blacksquare & \square & \square \end{array}$$

$$(3.1 \mid 1.2) + (3.2 \mid 2.1) = (3.1, 3.2 \mid 1.2, 2.1) = (3.3, 1.2 \mid 1.2, 2.1)$$

$$\begin{array}{ccccc} \square & \blacksquare & \square & & \square & \square & \square & & \square & \blacksquare & \square \\ \square & \square & \square & + & \blacksquare & \square & \square & = & \blacksquare & \square & \square \\ \blacksquare & \square & \square & & \square & \blacksquare & \square & & \square & \square & \blacksquare \end{array}$$

Mittels der Addition  $(2.1 \mid 1.3) + (2.3 \mid 3.1) = (2.1, 2.3 \mid 1.3, 3.1) = (2.2, 1.3 \mid 1.3, 3.1)$  kann man also Eigenrealität (vgl. Bense 1992) herstellen. Auffälligerweise läßt sich aber Kategorienrealität nicht durch Addition der Trajekte von eigenrealen Primzeichenmengen darstellen.

## Literatur

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Grundlagen einer trajektischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

15.12.2025