

Addition von Trajekten

1. Die trajektische Semiotik, die in Toth (2025) eingeführt wurde, basiert auf der von Bense definierten Menge von Primzeichen (vgl. Bense 1980)

$$Z = (1, 2, 3).$$

Sie basiert aber nicht auf Subzeichen, die aus Primzeichen gebildet werden (vgl. Walther 1979, S. 57 f.). Die Paare von Primzeichen der Form $(x.y)$ mit $x, y \in Z$ sind Trajekte, keine kartesischen Produkte.

2. Trajekte werden gliedweise addiert:

$$(a.b | c.d) + (e.f | g.h) = (a.b, e.f | c.d, g.h) = (a.e, b.f | c.g, d.h).$$

Beispiel:

$$(1.2 | 3.2) + (3.3 | 2.1) = (1.2, 3.3 | 3.2, 2.1) = (1.3, 2.3 | 3.2 | 2.1)$$

$$\begin{array}{ccccccc} \square & \blacksquare & \square & & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & + & \blacksquare & \square & \square \\ \square & \blacksquare & \square & & \square & \square & \blacksquare \end{array} = \begin{array}{ccccccc} \blacksquare & \square & \blacksquare & & \square & \blacksquare & \square \end{array}$$

Die Summe ist also aus den Summanden nicht vorhersehbar. Das Kommutativgesetz der Addition gilt nicht:

$$(3.3 | 1.1) + (3.3 | 2.1) \neq (1.1 | 3.3) + (3.3 | 2.1) \neq (1.1 | 3.3) + (2.1 | 3.3)$$

$$(3.3 | 2.1) + (3.3 | 1.1) \neq (2.1 | 3.3) + (3.3 | 1.1) \neq (2.1 | 3.3) + (1.1 | 3.3)$$

Das Assoziativgesetz der Addition gilt ebenfalls nicht:

$$\begin{aligned} (3.3 | 1.1) + (3.3 | 2.1) + (3.3 | 3.1) &= (3.3, 3.3 | 1.1, 2.1) + (3.3 | 3.1) = (3.3, \\ 3.3 | 1.2, 1.1) + (3.3 | 3.1) &\neq (3.3 | 1.1) + (3.3 | 2.1) + (3.3 | 3.1) = (3.3 | 1.1) \\ + (3.3, 3.3 | 2.1, 3.1) &= (3.3 | 1.1) + (3.3, 3.3 | 2.3, 1.1) \end{aligned}$$

3. Man kann trajektische Addition wie schon oben mit Hilfe von Matrizen von Leerstellen mit einer Belegungsabbildung darstellen. Als Beispiel diene die paarweise Addition der (eigentrajektischen und nicht-eigentrajektischen) Permutationen von Z (die gleichzeitig genau die Trajekte der 6 eigenrealen semiotischen Dualsysteme des vollständigen ternären semiotischen 27er-Systems sind).

$$T(1, 2, 3) = (1.2 | 2.3)$$

$$T(1, 3, 2) = (1.3 | 3.2)$$

$$T(2, 1, 3) = (2.1 | 1.3)$$

$$T(2, 3, 1) = (2.3 | 3.1)$$

$$T(3, 1, 2) = (3.1 | 1.2)$$

$$T(3, 2, 1) = (3.2 | 2.1)$$

$$(1.2 | 2.3) + (1.3 | 3.2) = (1.2, 1.3 | 2.3, 3.2) = (1.1, 2.3 | 2.3, 3.2)$$

$$\begin{array}{ccccccc} \square & \blacksquare & \square & & \square & \square & \blacksquare \\ \square & \square & \blacksquare & + & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & & \square & \blacksquare & \square \end{array} = \begin{array}{ccc} \blacksquare & \square & \square \\ \square & \square & \blacksquare \\ \square & \blacksquare & \square \end{array}$$

$$(1.3 | 3.2) + (2.1 | 1.3) = (1.3, 2.1 | 3.2, 1.3) = (1.2, 3.1 | 3.1, 2.3)$$

$$\begin{array}{ccccccc} \square & \square & \blacksquare & & \square & \square & \blacksquare \\ \square & \square & \square & + & \blacksquare & \square & \square \\ \square & \blacksquare & \square & & \square & \square & \square \end{array} = \begin{array}{ccc} \square & \blacksquare & \square \\ \square & \square & \blacksquare \\ \blacksquare & \square & \square \end{array}$$

$$(2.1 | 1.3) + (2.3 | 3.1) = (2.1, 2.3 | 1.3, 3.1) = (2.2, 1.3 | 1.3, 3.1)$$

$$\begin{array}{ccccccc} \square & \square & \blacksquare & & \square & \square & \square \\ \blacksquare & \square & \square & + & \square & \square & \blacksquare \\ \square & \square & \square & & \blacksquare & \square & \square \end{array} = \begin{array}{ccc} \square & \square & \blacksquare \\ \square & \square & \blacksquare \\ \blacksquare & \square & \square \end{array}$$

$$(2.3 | 3.1) + (3.1 | 1.2) = (2.3, 3.1 | 3.1, 1.2) = (2.3, 3.1 | 3.1, 1.2)$$

$$\begin{array}{ccccccc} \square & \square & \square & & \square & \blacksquare & \square \\ \square & \square & \blacksquare & + & \square & \square & \square \\ \blacksquare & \square & \square & & \blacksquare & \square & \square \end{array} = \begin{array}{ccc} \square & \blacksquare & \square \\ \square & \square & \blacksquare \\ \blacksquare & \square & \square \end{array}$$

$$(3.1 | 1.2) + (3.2 | 2.1) = (3.1, 3.2 | 1.2, 2.1) = (3.3, 1.2 | 1.2, 2.1)$$

$$\begin{array}{ccccccc} \square & \blacksquare & \square & & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & + & \blacksquare & \square & \square \\ \blacksquare & \square & \square & & \square & \square & \blacksquare \end{array} = \begin{array}{ccc} \square & \blacksquare & \square \\ \blacksquare & \square & \square \\ \square & \square & \blacksquare \end{array}$$

Mittels der Addition $(2.1 | 1.3) + (2.3 | 3.1) = (2.1, 2.3 | 1.3, 3.1) = (2.2, 1.3 | 1.3, 3.1)$ kann man also Eigenrealität (vgl. Bense 1992) herstellen. Auffälligerweise lässt sich aber Kategorienrealität nicht durch Addition der Trajekte von eigenrealen Primzeichenmengen darstellen.

Literatur

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: *Ars Semeiotica* 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Grundlagen einer trajektischen Semiotik. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2025

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

15.12.2025